LÝ THUYẾT MẠCH

NGUYỄN TRUNG TẬP

⌖ CHƯƠNG I

NHỮNG KHÁI NIỆM CƠ BẢN

Lý thuyết mạch là một trong những môn học cơ sở của chuyên ngành Điện tử-Viễn thông-Tự động hóa.

Không giống như **Lý thuyết trường** - là môn học nghiên cứu các phần tử mạch điện như tụ điện, cuộn dây. . . để giải thích sự vận chuyển bên trong của chúng - **Lý thuyết mạch** chỉ quan tâm đến hiệu quả khi các phần tử này nối lại với nhau để tạo thành mạch điện (hệ thống).

Chương này nhắc lại một số khái niệm cơ bản của môn học.

1.1 DẠNG SÓNG CỦA TÍN HIỆU

Tín hiệu là sự biến đổi của một hay nhiều thông số của một quá trình vật lý nào đó theo qui luật của tin tức.

Trong phạm vi hẹp của mạch điện, tín hiệu là hiệu thế hoặc dòng điện. Tín hiệu có thể có trị không đổi, ví dụ hiệu thế của một pin, accu; có thể có trị số thay đổi theo thời gian, ví dụ dòng điện đặc trưng cho âm thanh, hình ảnh. . . .

Tín hiệu cho vào một mạch được gọi là **tín hiệu vào** hay **kích thích** và tín hiệu nhận được ở ngã ra của mạch là **tín hiệu ra** hay **đáp ứng**.

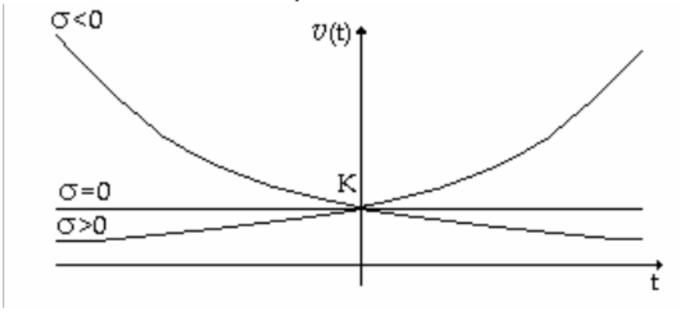
Người ta dùng các hàm theo thời gian để mô tả tín hiệu và đường biểu diễn của chúng trên hệ trục biên độ - thời gian được gọi là dạng sóng.

Dưới đây là một số hàm và dạng sóng của một số tín hiệu phổ biến.

1.1.1 Hàm mũ (Exponential function)

$v(t) = Ke^{\sigma t}$ K , σ là các hằng số thực.

(H 1.1) là dạng sóng của hàm mũ với các trị σ khác nhau



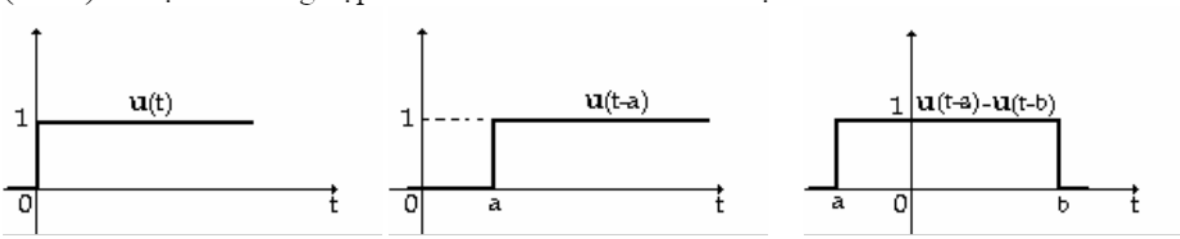
(H 1.1)

1.1.2 Hàm nấc đơn vị (Unit Step function)

$$u(t - a) = \begin{cases} 1\,, & t \geq a \\ 0\,, & t < a \end{cases}$$

Đây là tín hiệu có giá trị thay đổi đột ngột từ 0 lên 1 ở thời điểm t = a.

(H 1.2) là một số trường hợp khác nhau của hàm nấc đơn vị



(a) (b) (c)

(H 1.2)

Hàm nấc u(t-a) nhân với hệ số K cho Ku(t-a), có giá tri bằng K khi $t \geq a$.

1.1.3 Hàm dốc (Ramp function)

Cho tín hiệu nấc đơn vị qua mạch tích phân ta được ở ngã ra tín hiệu dốc đơn vị.

$$r(t) = \int_{-\infty}^{t} u(x)dx$$

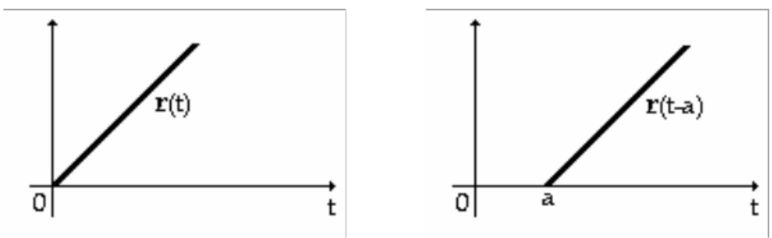
Nếu ta xét tại thời điểm t=0 và mạch không tích trữ năng lượng trước đó thì:

$$r(t) = \int_{0}^{t} u(x)dx + u(0) \quad \text{với} \quad u(0) = \int_{-\infty}^{0} u(x)dx = 0$$

Dựa vào kết quả trên ta có định nghĩa của hàm dốc đơn vị như sau:

$$r(t - a) = \begin{cases} t\,, & t \geq a \\ 0\,, & t < a \end{cases}$$

(H 1.3) là dạng sóng của r(t) và r(t-a)



(a) (H 1.3) (b)

Hàm dốc r(t-a) nhân với hệ số K cho hàm Kr(t-a), dạng sóng là đường thẳng có độ dốc K và gặp trục t ở a.

1.1.4 Hàm xung lực (Impulse function)

Cho tín hiệu nấc đơn vị qua mạch vi phân ta được tín hiệu ra là một xung lực đơn vị

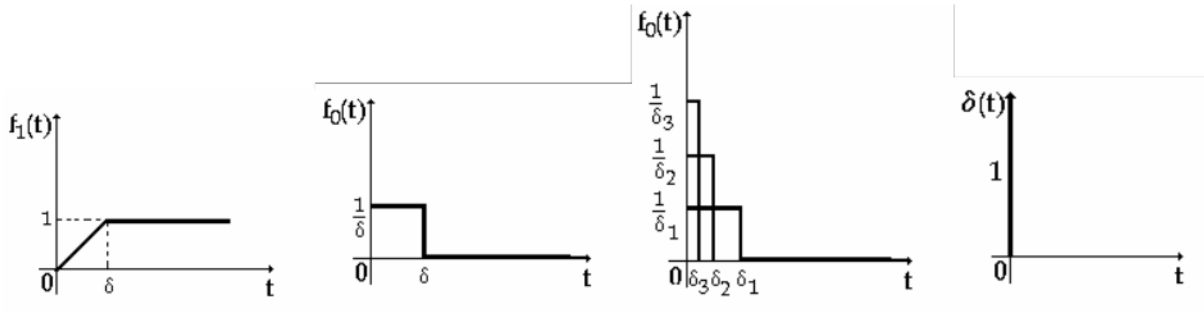
$$\delta(t) = \frac{du(t)}{dt}$$

(δ(t) còn được gọi là hàm Delta Dirac)

Ta thấy δ(t) không phải là một hàm số theo nghĩa chặt chẽ toán học vì đạo hàm của hàm nấc có trị = 0 ở $t \neq 0$ và không xác định ở t = 0. Nhưng đây là một hàm quan trọng trong lý thuyết mạch và ta có thể hình dung một xung lực đơn vị hình thành như sau:

Xét hàm $f_1(t)$ có dạng như (H 1.4a):

$$f_1(t) = \begin{cases} \frac{1}{\delta} r(t), & t \in \{0, \delta\} \\ 1, & t > \delta \end{cases}$$



(a) (b) (c) (d)

(H 1.4)

Hàm $f_0(t)$ xác định bởi:

$$f_0(t) = \frac{df_1(t)}{dt}$$

$f_0(t)$ chính là độ dốc của $f_1(t)$ và $= \frac{1}{\delta}$ khi $(0 \leq t \leq \delta)$ và = 0 khi $t > \delta$ (H 1.4b).

Với các trị khác nhau của δ ta có các trị khác nhau của $f_0(t)$ nhưng phần diện tích giới hạn giữa $f_0(t)$ và trục hoành luôn luôn =1 (H 1.4c).

Khi $\delta \to 0$, $f_1(t) \to u(t)$ và $f_0(t) \to \delta(t)$.

Vậy xung lực đơn vị được xem như tín hiệu có bề cao cực lớn và bề rộng cực nhỏ và diện tích bằng đơn vị (H 1.4d).

Tổng quát, xung lực đơn vị tại t=a, δ(t-a) xác định bởi:

$$\int_{-\infty}^{t} \delta(t)dt = \begin{cases} 1, & t \geq a \\ 0, & t < a \end{cases}$$

Các hàm nấc, dốc, xung lực được gọi chung là **hàm bất thường**.

1.1.5 Hàm sin

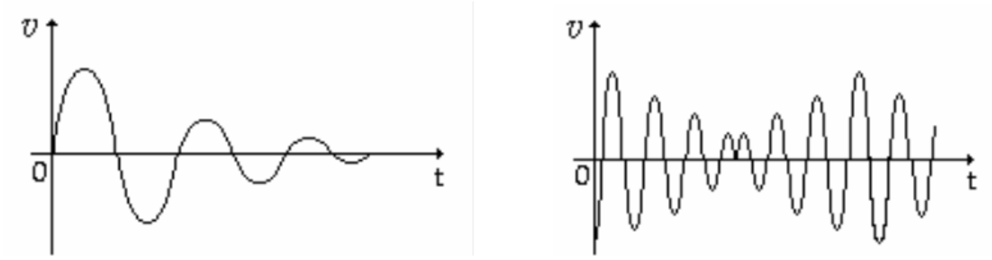
Hàm sin là hàm khá quen thuộc nên ở đây chỉ giới thiệu vài hàm có quan hệ với hàm sin.

⌖ Hàm sin tắt dần:

$v(t)=Ae^{-\sigma t}\sin\omega t$, t>0 và A là số thực dương (H 1.5a)

⌖ Tích hai hàm sin có tần số khác nhau

$v(t)=A\sin\omega_1 t.\sin\omega_2 t$ (H 1.5b)

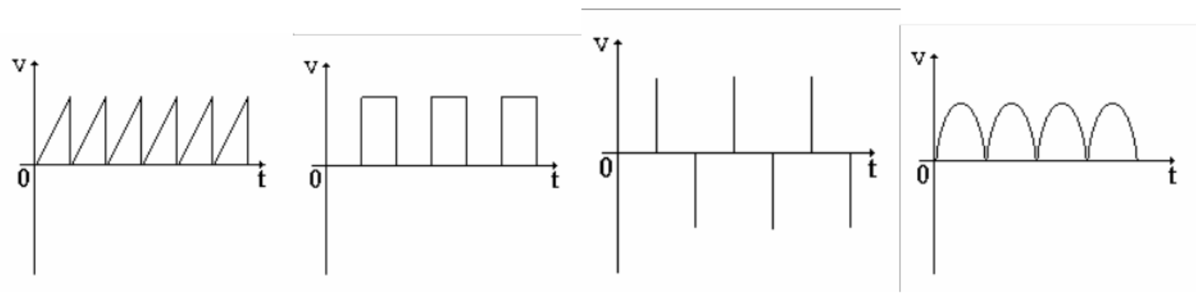


(a) (H 1.5) (b)

1.1.6 Hàm tuần hoàn không sin

Ngoài các tín hiệu kể trên, chúng ta cũng thường gặp một số tín hiệu như: răng cưa, hình vuông, chuỗi xung. . . . được gọi là tín hiệu không sin, có thể là tuần hoàn hay không. Các tín hiệu này có thể được diễn tả bởi một tổ hợp tuyến tính của các hàm sin, hàm mũ và các hàm bất thường.

(H 1.6) mô tả một số hàm tuần hoàn quen thuộc



(H 1.6)

1.2 PHẦN TỬ MẠCH ĐIỆN

Sự liên hệ giữa tín hiệu ra và tín hiệu vào của một mạch điện tùy thuộc vào bản chất và độ lớn của các phần tử cấu thành mạch điện và cách nối với nhau của chúng.

Người ta phân các phần tử ra làm hai loại:

⌖ **Phần tử thụ động**: là phần tử nhận năng lượng của mạch. Nó có thể tiêu tán năng lượng (dưới dạng nhiệt) hay tích trữ năng lượng (dưới dạng điện hoặc từ trường).

Gọi $v(t)$ là hiệu thế hai đầu phần tử và $i(t)$ là dòng điện chạy qua phần tử. Năng lượng của đoạn mạch chứa phần tử xác định bởi:

$$W(t) = \int_{-\infty}^{t} v(t).i(t)dt$$

- Phần tử là thụ động khi $W(t) \geq 0$, nghĩa là dòng điện đi vào phần tử theo chiều giảm của điện thế.

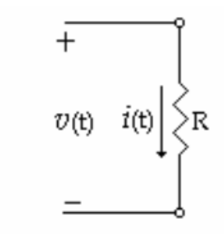
Điện trở, cuộn dây và tụ điện là các phần tử thụ động.

⟡ **Phần tử tác động**: là phần tử cấp năng lượng cho mạch ngoài. Năng lượng của đoạn mạch chứa phần tử W(t)<0 và dòng điện qua phần tử theo chiều tăng của điện thế.

Các nguồn cấp điện như pin , accu và các linh kiện bán dẫn như transistor, OPAMP là các thí dụ của phần tử tác động.

1.2.1 Phần tử thụ động

1.2.1.1 Điện trở



(H 1.7)

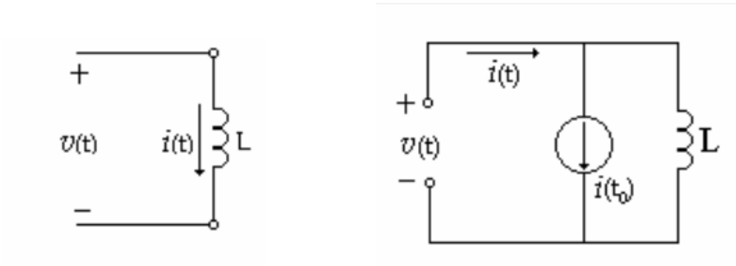
- Ký hiệu (H 1.7)
- Hệ thức: $v(t) = R.\ i(t)$
- Hay $i(t) = G.v(t)$
- Với G=1/R (gọi là điện dẫn)

Đơn vị của điện trở là Ω (Ohm)

Và của điện dẫn là Ω^{-1} (đọc là Mho)

- Năng lượng: $W(t) = \int_{-\infty}^{t} v(t).i(t)dt = \int_{-\infty}^{t} Ri(t)^2 dt \geq 0$

1.2.1.2 Cuộn dây



(a) (b)

(H 1.8)

- Ký hiệu (H 1.8a)
- Hệ thức: $v(t) = L\dfrac{di(t)}{dt}$
- Hay $i(t) = \dfrac{1}{L}\int_{-\infty}^{t} v(t)dt$

Đơn vị của cuộn dây là H (Henry)

Do cuộn dây là phần tử tích trữ năng lượng nên ở thời điểm t_0 nào đó có thể cuộn dây đã trữ một năng lượng từ trường ứng với dòng điện $i(t_0)$

Biểu thức viết lại:

$$i(t) = \frac{1}{L}\int_{t_0}^{t} v(t)dt + i(t_0)$$

Và mạch tương đương của cuộn dây được vẽ lại ở (H 1.8b)

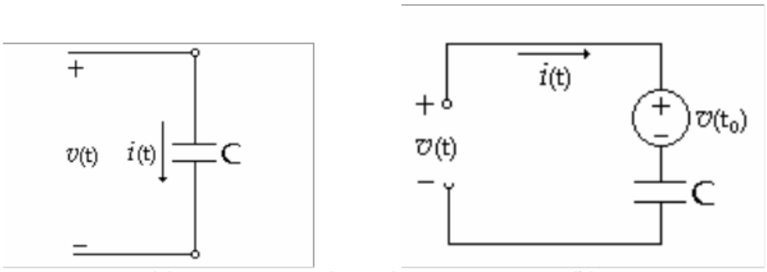
⟡ Năng lượng tích trữ trong cuộn dây:

$$W(t) = \int_{-\infty}^{t} v(t).i(t)dt$$

Thay $v(t) = L\dfrac{di(t)}{dt}$

$$W(t) = \int_{-\infty}^{t} Li(t)di = \frac{1}{2}Li(t)^2\Big]_{-\infty}^{t} = \frac{1}{2}Li(t)^2 \geq 0$$ (vì $i(-\infty)=0$)

1.2.1.3 Tụ điện



(a) (H 1.9) (b)

- Ký hiệu (H 1.9a)
- Hệ thức: $i(t) = C\dfrac{dv(t)}{dt}$
- Hay $v(t) = \dfrac{1}{C}\int_{-\infty}^{t} i(t)dt$

Đơn vị của tụ điện là F (Farad)

Do tụ điện là phần tử tích trữ năng lượng nên ở thời điểm t_0 nào đó có thể nó đã trữ một năng lượng điện trường ứng với hiệu thế $v(t_0)$

Biểu thức viết lại:

$$v(t) = \frac{1}{C}\int_{t_0}^{t} i(t)dt + v(t_0)$$

Và mạch tương đương của tụ điện được vẽ như (H 1.9b)

⟡ Năng lượng tích trữ trong tụ điện

$$W(t) = \int_{-\infty}^{t} v(t).i(t)dt$$

Thay $i(t) = C\dfrac{dv(t)}{dt}$

$$W(t) = \int_{-\infty}^{t} Cv(t)dv = \frac{1}{2}Cv(t)^2]_{-\infty}^{t} = \frac{1}{2}Cv(t)^2 \geq 0$$ (vì $v(-\infty)=0$)

Chú ý: Trong các hệ thức *v-i* của các phần tử R, L, C nêu trên, nếu đổi chiều một trong hai lượng *v* hoặc *i* thì hệ thức đổi dấu (H 1.10): $v(t) = -R.i(t)$

(H 1.10)

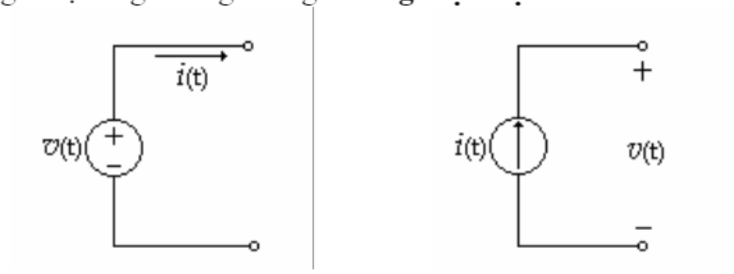
1.2.2 Phần tử tác động

Ở đây chỉ đề cập đến một số phần tử tác động đơn giản, đó là các loại nguồn. Nguồn là một phần tử lưỡng cực nhưng không có mối quan hệ trực tiếp giữa hiệu thế *v* ở hai đầu và dòng điện *i* đi qua nguồn mà sự liên hệ này hoàn toàn tùy thuộc vào mạch ngoài, do đó khi biết một trong hai biến số ta không thể xác định được biến số kia nếu không rõ mạch ngoài.

1.2.2.1 Nguồn độc lập

Là những phần tử mà giá trị của nó độc lập đối với mạch ngoài

- Nguồn hiệu thế độc lập: có giá trị *v* là hằng số hay *v*(t) thay đổi theo thời gian. Nguồn hiệu thế có giá trị bằng không tương đương **một mạch nối tắt**
- Nguồn dòng điện độc lập: có giá trị *i* là hằng số hay *i*(t) thay đổi theo thời gian. Nguồn dòng điện có giá trị bằng không tương **đương một mạch hở**



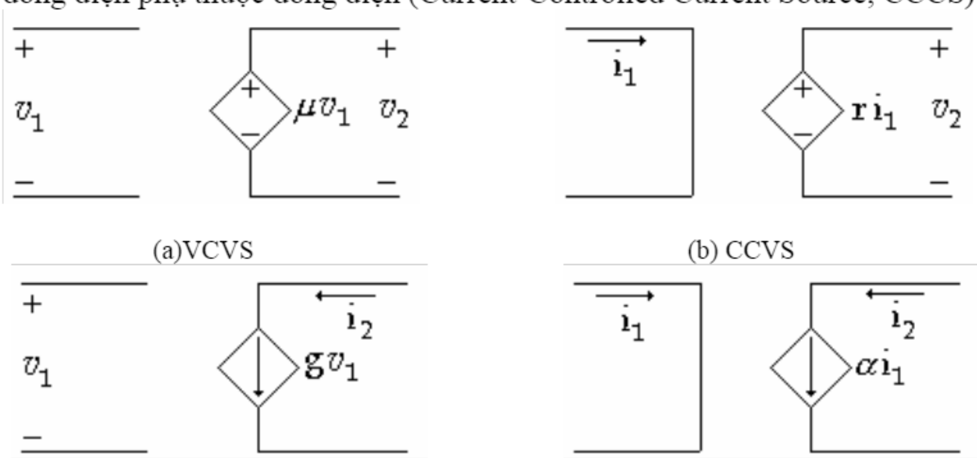
(H 1.11)

1.2.2.2 Nguồn phụ thuộc

Nguồn phụ thuộc có giá trị phụ thuộc vào hiệu thế hay dòng điện ở một nhánh khác trong mạch. Những nguồn này đặc biệt quan trọng trong việc xây dựng mạch tương đương cho các linh kiện điện tử.

Có 4 loại nguồn phụ thuộc:

- Nguồn hiệu thế phụ thuộc hiệu thế (Voltage-Controlled Voltage Source, VCVS)
- Nguồn hiệu thế phụ thuộc dòng điện (Current-Controlled Voltage Source, CCVS)
- Nguồn dòng điện phụ thuộc hiệu thế(Voltage-Controlled Current Source, VCVS)
- Nguồn dòng điện phụ thuộc dòng điện (Current-Controlled Current Source, CCCS)



(a)VCVS (b) CCVS

(c)VCCS (d) CCCS

(H 1.12)

1.3 MẠCH ĐIỆN

Có hai bài toán về mạch điện:

- Phân giải mạch điện: cho mạch và tín hiệu vào, tìm tín hiệu ra.
- Tổng hợp mạch điện: Thiết kế mạch khi có tín hiệu vào và ra.

Giáo trình này chỉ quan tâm tới loại bài toán thứ nhất.

Quan hệ giữa tín hiệu vào x(t) và tín hiệu ra y(t) là mối quan hệ nhân quả nghĩa là tín hiệu ra ở hiện tại chỉ tùy thuộc tín hiệu vào ở quá khứ và hiện tại chứ không tùy thuộc tín hiệu vào ở tương lai, nói cách khác, y(t) ở thời điểm t_0 nào đó không bị ảnh hưởng của x(t) ở thời điểm $t>t_0$.

Tín hiệu vào thường là các hàm thực theo thời gian nên đáp ứng cũng là các hàm thực theo thời gian và tùy thuộc cả tín hiệu vào và đặc tính của mạch.

Dưới đây là một số tính chất của mạch dựa vào quan hệ của y(t) theo x(t).

1.3.1 Mạch tuyến tính

Một mạch gọi là tuyến tính khi tuân theo định luật:

Nếu $y_1(t)$ và $y_2(t)$ lần lượt là đáp ứng của hai nguồn kích thích độc lập với nhau $x_1(t)$ và $x_2(t)$, mạch là tuyến tính nếu và chỉ nếu đáp ứng đối với

$x(t)= k_1x_1(t) + k_2x_2(t)$

là $y(t)= k_1y_1(t) + k_2y_2(t)$ với mọi x(t) và mọi k_1 và k_2.

Trên thực tế, các mạch thường không hoàn toàn tuyến tính nhưng trong nhiều trường hợp sự bất tuyến tính không quan trọng và có thể bỏ qua. Thí dụ các mạch khuếch đại dùng transistor là các mạch tuyến tính đối với tín hiệu vào có biên độ nhỏ. Sự bất tuyến tính chỉ thể hiện ra khi tín hiệu vào lớn.

Mạch chỉ gồm các phần tử tuyến tính là mạch tuyến tính.

Thí dụ 1.1

Chứng minh rằng mạch vi phân, đặc trưng bởi quan hệ giữa tín hiệu vào và ra theo hệ thức:

$y(t) = \dfrac{dx(t)}{dt}$ là mạch tuyến tính

Giải

Gọi $y_1(t)$ là đáp ứng đối với $x_1(t)$: $y_1(t) = \dfrac{dx_1(t)}{dt}$

Gọi $y_2(t)$ là đáp ứng đối với $x_2(t)$: $y_2(t) = \dfrac{dx_2(t)}{dt}$

Với $x(t)= k_1x_1(t) + k_2\, x_2(t)$ đáp ứng y(t) là:

$$y(t) = \frac{dx(t)}{dt} = k_1\frac{dx_1(t)}{dt} + k_2\frac{dx_2(t)}{dt}$$

$y(t)=k_1y_1(t)+k_2y_2(t)$

Vậy mạch vi phân là mạch tuyến tính

1.3.2 Mạch bất biến theo thời gian (time invariant)

Liên hệ giữa tín hiệu ra và tín hiệu vào không tùy thuộc thời gian. Nếu tín hiệu vào trễ t_0 giây thì tín hiệu ra cũng trễ t_0 giây nhưng độ lớn và dạng không đổi.

Một hàm theo t trễ t_0 giây tương ứng với đường biểu diễn tịnh tiến t_0 đơn vị theo chiều dương của trục t hay t được thay thế bởi $(t-t_0)$. Vậy, đối với mạch bất biến theo thời gian, đáp ứng đối với $x(t-t_0)$ là $y(t-t_0)$

Thí dụ 1.2

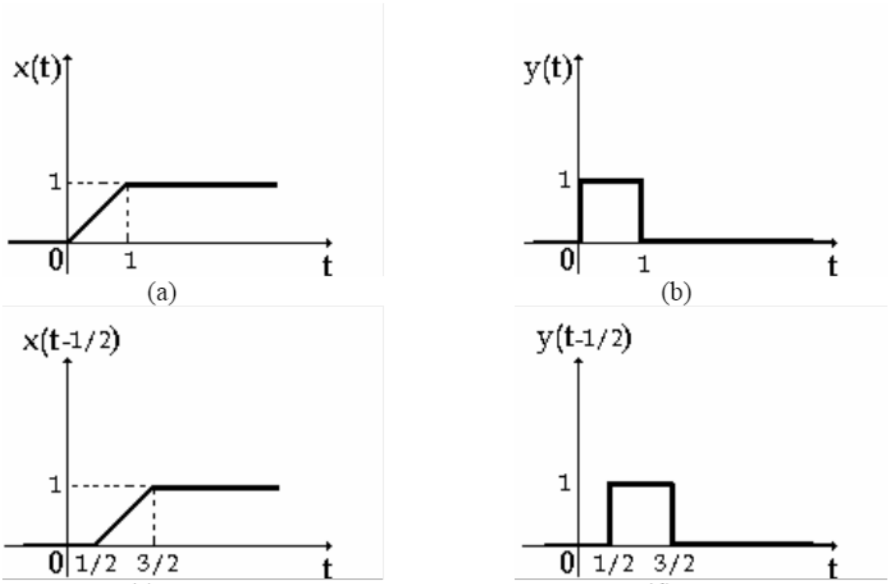
Mạch vi phân ở thí dụ 1.1 là mạch bất biến theo thời gian

Ta phải chứng minh đáp ứng đối với $x(t-t_0)$ là $y(t-t_0)$.

Thật vậy:

$$\frac{dx(t-t_0)}{dt} = \frac{dx(t-t_0)}{d(t-t_0)} x \frac{d(t-t_0)}{d(t)} = y(t-t_0)x1$$

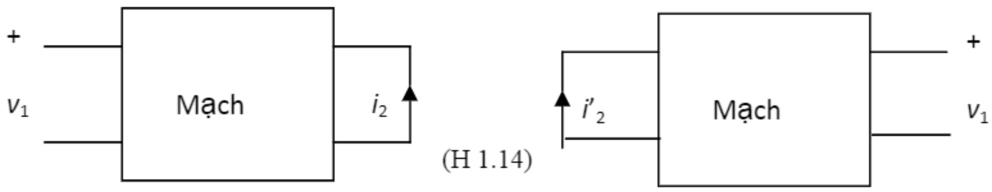
Để minh họa, cho x(t) có dạng như (H 1.13a) ta được y(t) ở (H 1.13b). Cho tín hiệu vào trễ (1/2)s, x(t-1/2) (H 1.13c), ta được tín hiệu ra cũng trễ (1/2)s, y(t-1/2) được vẽ ở (H 1.13d).



(a) (b)
(c) (d)
(H 1.13)

1.3.3 Mạch thuận nghịch

Xét mạch (H 1.14)

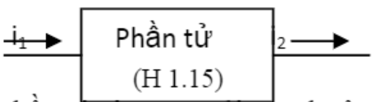


(H 1.14)

Nếu tín hiệu vào ở cặp cực 1 là v_1 cho đáp ứng ở cặp cực 2 là dòng điện nối tắt i_2 . Bây giờ, cho tín hiệu v_1 vào cặp cực 2 đáp ứng ở cặp cực 1 là i'_2. Mạch có tính thuận nghịch khi $i'_2=i_2$.

1.3.4 Mạch tập trung

Các phần tử có tính tập trung khi có thể coi tín hiệu truyền qua nó tức thời. Gọi i_1 là dòng điện vào phần tử và i_2 là dòng điện ra khỏi phần tử, khi $i_2= i_1$ với mọi t ta nói phần tử có tính tập trung.



(H 1.15)

Một mạch chỉ gồm các phần tử tập trung là mạch tập trung..

Với một mạch tập trung ta có một số điểm hữu hạn mà trên đó có thể đo những tín hiệu khác nhau.

Mạch không tập trung là một **mạch phân tán**. Dây truyền sóng là một thí dụ của mạch phân tán, nó tương đương với các phần tử R, L và C phân bố đều trên dây. Dòng điện truyền trên dây truyền sóng phải trễ mất một thời gian để đến ngã ra.